EXERCICE N° 1 | 10' | 3 point

On considère les nombres complexes suivants : $z_1 = \dfrac{4}{1-i\sqrt{3}}$ et $z_2 = \dfrac{6-2i}{2+i}$

1. Écrire z_1 et z_2 sous forme cartésienne .
2. Soit $U = z_1.z_2$ établir que $U = (2+2\sqrt{3}) + i(-2+2\sqrt{3})$
3. (a) Écrire z_1 et z_2 sous forme exponentielle .
   (b) Établir alors que $U = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$.
   (c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et de $\sin\dfrac{\pi}{12}$

EXERCICE N° 2 | 10' | 3 point

Soit le nombre complexe $j = \dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

1. Écrire j sous forme exponentielle .
2. Établir que : $1 + j + j^2 = 0$:
3. (a) Soit $w = (1+j)^n, n \in \mathbb{N}$, écrire w sous forme exponentielle.
   (b) Déterminer n , pour que w soit réel

EXERCICE N° 3 | 15' | 4 point

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

on considère l'application f définie sur $\mathbb{C}^*$ considère l'application f définie sur par $f(z) = \dfrac{z-4i}{z}$, M et N les points d'affixes respectives z et $f(z)$.

1. On considère les ensembles Δ et $\mathcal{E}$ des points et définies par:
   $\Delta = \{M(z) \in P, z \in \mathbb{C}^* tq : Re[f(z)] = 1\} \cup \{O\}$.
   $E = \{M(z) \in P, z \in \mathbb{C}^* \ tq : \text{f(z) est un imaginaire pur}\} \cup \{O\}$.
   (a) Montrer que Δ est une droite que l'on précisera.
   (b) Montrer que E est un cercle que l'on précisera .
   (c) Montrer que Δ est une tangente à E en un point dont-on donnera son affixe .
2. (a) Montrer que , $\forall z \in \mathbb{C}^*$, $|f(z)-1|.|z| = 4$.
   (b) Trouver l'ensemble des points N lorsque M varie sur le cercle trigonométrique .

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn